Leipziger SchülerGesellschaft
für Mathematik
http://lsgm.uni-leipzig.de

Prof. Hans-Gert Gräbe, Institut f. Informatik, Univ. Leipzig, 04009 Leipzig
email: graebe@informatik.uni-leipzig.de

Korrespondenz-Seminar 2006/07 der LSGM
Klasse 8 – Aufgabenserie 1

1.

a) Beweise, dass es unter 55 beliebigen ganzen Zahlen stets mindestens 7 Zahlen gibt, die bei Division durch 9 denselben Rest lassen. (3 Pkt.)

b) Wie viele ganze Zahlen müssen mindestens gegeben sein, damit mit Sicherheit 8 Zahlen bei Division durch 13 denselben Rest lassen? (3 Pkt.)

2. Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung bzw. Ungleichung:

a) $\dfrac{6\,x-6}{4\,x^2-9}-\dfrac{5}{4\,x+6}=\dfrac{2}{6\,x-9}$ (3 Pkt.)

b) $\dfrac{2\,x}{1+5\,x}-2>\dfrac{3}{1+5\,x}$ (3 Pkt.)

3. Vereinfache folgende Terme (in ihrem Definitionsbereich) so weit wie möglich!

a) $\dfrac{a+b}{3\,a-3\,b}-\dfrac{a^2-b^2}{a\,b}:\dfrac{3\,a^2-6\,a\,b+3\,b^2}{ab}+\dfrac{a^2}{a^2-a^2\,b}$ (3 Pkt.)

b) $\dfrac{9\,a^2-25\,b^2}{5\,a^2-5\,b^2}\cdot\left(\dfrac{a+b}{3\,a-5\,b}-\dfrac{a+b}{3\,a+5\,b}\right)$ (3 Pkt.)

4. Ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen n, deren Querprodukt $QP(n)=120$ ist und deren Quersumme $QS(n)=2^m$ eine Zweierpotenz mit $m\in\mathbb{N}$ ist. (6 Pkt.)

5. Ria, Sarah und Tom spielen ein Spiel, bei dem in jeder Runde der Gewinner a Punkte, der Zweite b Punkte und der Verlierer c Punkte erhält. Es werden nur ganzzahlige Punkte vergeben und es gilt $a>b>c>0$. Das Spiel besteht aus mehreren Runden.

Der Endstand lautete: Ria 20 Punkte, Sarah 10 Punkte, Tom 9 Punkte.

Außerdem ist bekannt, dass Sarah die zweite Runde gewann.

a) Weise nach, dass in diesem Spiel genau drei Runden gespielt wurden. (2 Pkt.)

b) Wer gewann die erste Runde? (2 Pkt.)

b) Wie viele Punkte erzielte Tom in der letzten Runde? (2 Pkt.)

Hinweise zu den Aufgaben:

Aufgabe 1 lässt sich mit dem Dirichletschen Schubfachprinzip lösen. Lies dazu auch das Arbeitsblatt zum Schubfachprinzip und versuche, diesen Ansatz richtig auf die gegebene Situation zu übertragen.

Die Aufgaben 2 und 3 knüpfen an Themen an (Umformen von Termen und Lösen von Ungleichungen), die bereits im Seminar der Klasse 7 eine Rolle gespielt haben.

Die Aufgaben 4 und 5 sind Textaufgaben, deren Lösung zunächst eine gute Umsetzung in mathematische Symbolik erfordert.

Lösungen zu diesen Aufgaben könnt ihr **bis zum 30. Oktober 2006** einschicken an

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Zur erfolgreichen Arbeit gehören in guter Tradition **Arbeitstreffen**, welche etwa einmal pro Quartal geplant sind.

Das **erste Arbeitstreffen** soll bereits am 4.11. stattfinden. Wir treffen uns um 9:30 Uhr im Hauptgebäude der Uni (Augustusplatz) beim Pförtner. Für die aktive Teilnahme am Seminar und den Arbeitstreffen ist eine **Anmeldung** erforderlich.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht Euch

Prof. H.-G. Gräbe.