

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *September 2011*:

a) Es folgen alle Möglichkeiten für die Verteilungen der Schüler auf die Klassen:

| Klasse: | 1a | 1b | 1c |
|---------------|----|----|----|
| 1.Möglichkeit | 20 | 18 | 17 |
| 2.Möglichkeit | 19 | 19 | 17 |
| 3.Möglichkeit | 19 | 18 | 18 |

(Ansatz zur Lösungsfindung: Nimmt man die Anzahl der Schüler einer Klasse und addiert drei hinzu, so erhält man eine Zahl, sodass die Anzahlen der Schüler in den anderen beiden Klassen höchstens so groß wie diese Zahl sind. Die drei Klassen zusammen haben demnach höchstens das um $2 \cdot 3 = 6$ vermehrte Dreifache der Schüler in Klasse 1c. Nun ist $\frac{55-6}{3} > 16$. Demnach sind in der Klasse 1c mindestens 17 Schüler. Entsprechend zeigt man, dass in der Klasse 1a höchstens 20 Schüler sind. Nun kann man durch Probieren alle Lösungen finden.)

b) Die Möglichkeiten für die Anzahlen der Mädchen und Jungen sind in folgender Tabelle in der Form „Jungenanzahl/Mädchenanzahl“ dargestellt:

| Klasse: | 1a | 1b | 1c |
|---------------|-------|------|------|
| 1.Möglichkeit | 9/11 | 9/9 | 8/9 |
| 2.Möglichkeit | 10/10 | 8/10 | 8/9 |
| 3.Möglichkeit | 9/11 | 8/10 | 9/8 |
| 4.Möglichkeit | 9/10 | 9/10 | 8/9 |
| 5.Möglichkeit | 9/10 | 8/10 | 9/9 |
| 6.Möglichkeit | 9/10 | 9/9 | 8/10 |
| 7.Möglichkeit | 10/9 | 8/10 | 8/10 |

(Ansatz zur Lösungsfindung: Die Differenz der Mädchenanzahl minus der Jungenanzahl ist +3. Diese kann sich nun wie folgt auf die Klassen verteilen: (+1, +1, +1), (+2, +1, 0) oder (+2, +2, -1) (und Vertauschungen). Nun können gerade Differenzen nur bei geraden Schüleranzahlen auftreten und ungerade Differenzen nur bei ungeraden Anzahlen. Daraus ergeben sich alle Lösungen.)

c) Die Zahl muss dreistellig sein, da sich mindestens 55 Schüler an der Grundschule befinden und alle größeren Zahlen eine größere Ziffernsumme (auch Quersumme genannt) besitzen.

Die Ziffern aus welchen eine solche dreistellige bestehen kann, sind 5, 0 und 0, 4, 1 und 0, 3, 2 und 0, 3, 1 und 1, sowie 2, 2 und 1, wobei die ersten drei Ziffern nicht möglich sind, da nur die 500 in Frage kommt und diese größer als 400 ist.

Bei den anderen Ziffernmöglichkeiten erhält man als Summe der größten und kleinsten Ziffer jeweils 4, 3, 4 bzw. 3. Demnach müsste die letzte Ziffer der Zahl dann 0, 1, 0 bzw. 1 sein. Die zweite und dritte Möglichkeit entfallen, da in diesen Zahlen diese Ziffer nicht enthalten ist.

Da die Gesamtschüleranzahl kleiner als 400 ist, bleiben nur die 140 und die 221 als mögliche Lösungen übrig. Diese erfüllen auch die Voraussetzungen: $1 + 4 + 0 = 5$, $2 + 2 + 1 = 5$, $4 + 0 + 0 = 4$, $2 + 1 + 1 = 4$, $140 \geq 55$, $221 \geq 55$, $140 < 400$ und $221 < 400$.

Demnach befinden sich in der Grundschule entweder 140 oder 221 Schüler.