

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *September 2010*:

Im Folgenden sei s die Anzahl der Äpfel, die Sabine gegessen hat, p die Anzahl der Äpfel von Paul und g die Anzahl der Äpfel, welche von der Großmutter gegessen wurden.

a) Paul hat drei Äpfel mehr als Susanne gegessen. Nimmt man also von der Anzahl der Äpfel, welche die beiden gegessen haben, drei Äpfel weg, so erhält man das Doppelte der Anzahl der von Sabine gegessenen Äpfel. Demnach hat Sabine $\frac{15-3}{2} = 6$ Äpfel gegessen und Paul hat $6 + 3 = 9$ Äpfel gegessen.

Probe: Paul und Sabine haben zusammen 15 Äpfel gegessen: $6 + 9 = 15$
Paul hat drei Äpfel mehr gegessen als Sabine: $6 + 3 = 9$

In Formeln kann man es folgendermaßen schreiben:

Gegeben sind: $s + p = 15$ und $p = s + 3$

Gesucht sind: s und p

Lösung: Setzt man die zweite Gleichung in die erste Gleichung ein, so folgt $s + s + 3 = 15$, nach Subtrahieren von 3 auf beiden Seiten also $2s = 12$ und mit Division durch 2 schließlich $s = 6$. Aus der zweiten Gleichung folgt durch Einsetzen der Variable s : $p = 6 + 3 = 9$. (Probe siehe oben)

b) Hätte Sabine drei Äpfel weniger gegessen und die Großmutter einen Apfel mehr, so hätten sie jeweils genauso viele Äpfel wie Paul gegessen. Demnach haben Sabine und die Großmutter zusammen insgesamt zwei Äpfel mehr als die doppelte Anzahl von Paul gegessen. Die Gesamtanzahl der Äpfel (also Sabine, die Großmutter und dazu noch Paul) ist demnach um zwei größer als das Dreifache der Anzahl der Äpfel von Paul. Somit hat Paul $\frac{23-2}{3} = 7$ Äpfel gegessen. Die Großmutter aß demzufolge $7 - 1 = 6$ Äpfel und Sabine $7 + 3 = 10$ Äpfel.

Probe:

Paul, Sabine und die Großmutter haben zusammen 23 Äpfel gegessen: $7 + 6 + 10 = 23$

Paul hat drei Äpfel weniger als Sabine gegessen: $10 - 3 = 7$

Paul hat einen Apfel mehr als die Großmutter gegessen: $6 + 1 = 7$

Mit Variablen sieht das Ganze so aus:

Gegeben sind: $s + p + g = 23$, $s - 3 = p$ und $g + 1 = p$

Gesucht sind: s , p und g

Lösung: Addiert man die zweite und die dritte Gleichung, so erhält man $s - 3 + g + 1 = 2p$, also $s + g - 2 = 2p$ und mit Addition von 2 auf beiden Seiten ergibt das $s + g = 2p + 2$. Wenn man nun p auf beiden Seiten addiert, erhält man $s + g + p = 3p + 2$. Setzt man dies mit der ersten Gleichung gleich, so folgt $3p + 2 = 23$ und mit Subtraktion von 2 auf beiden Seiten $3p = 21$. Division durch 3 ergibt $p = 7$. Es folgt $s - 3 = 7$ und somit $s = 10$, sowie $g + 1 = 7$ also $g = 6$. (Probe siehe oben)

c) Wenn die Großmutter 5 Äpfel mehr gegessen hätte, so hätte sie laut Aufgabenstellung genau so viele Äpfel wie Sabine und Paul zusammen gegessen. 5 Äpfel mehr als die doppelte Anzahl der von der Großmutter gegessenen Äpfel entsprechen damit der Gesamtanzahl der Äpfel. Die Großmutter hat damit $\frac{21-5}{2} = 8$ Äpfel gegessen.

Wenn Sabine 7 Äpfel mehr gegessen hätte, dann hätte sie so viele Äpfel wie Paul und die Großmutter zusammen gegessen. Nimmt man also nochmal die Anzahl der von Sabine gegessenen Äpfel hinzu, so erhält man, dass die doppelte Anzahl der von Sabine gegessenen Äpfel um 7 größer ist als die Gesamtzahl der Äpfel. Sabine hat somit $\frac{21-7}{2} = 7$ Äpfel gegessen.

Da die Gesamtanzahl der Äpfel 21 ist, aß Paul $21 - 8 - 7 = 6$ Äpfel.

Probe:

Die Großmutter, Sabine und Paul haben zusammen 21 Äpfel gegessen: $8 + 7 + 6 = 21$

Sabine und Paul haben 5 Äpfel mehr als die Großmutter gegessen: $7 + 6 = 8 + 5$

Paul und die Großmutter aßen 7 Äpfel mehr als Sabine: $6 + 8 = 7 + 7$

In Formeln:

Gegeben ist: $s + p + g = 21$, $s + p = g + 5$, $p + g = s + 7$

Gesucht sind: s , p und g

Lösung: Man addiere bei der zweiten Gleichung auf beiden Seiten g und man erhält: $s + g + p = 2g + 5$. Gleichsetzen mit der ersten Gleichung (die linken Seiten sind gleich) ergibt $21 = 2g + 5$. Nach Subtraktion von 5 erhält man $16 = 2g$ und mit Division durch 2: $g = 8$.

Addiert man bei der dritten Gleichung s auf beiden Seiten, so ergibt sich $s + p + g = 2s + 7$. Durch Gleichsetzen mit der ersten Gleichung (die linken Seiten sind gleich) erhält man $21 = 2s + 7$. Subtrahiert man 7 auf beiden Seiten folgt $2s = 14$ und nach Division durch 2 folgt $s = 7$.

Die erste Gleichung ergibt dann $7 + p + 8 = 21$, mit Subtraktion von 15 somit $p = 6$. (Probe siehe oben)