

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats Februar 2010:

a) Es gibt genau *sechs* Möglichkeiten um die farbigen Knöpfe an dem Schneemann zu befestigen:

gelb	gelb	grün	grün	blau	blau
grün	blau	gelb	blau	gelb	grün
blau	grün	blau	gelb	grün	gelb

b) Für die Paare gibt es die Möglichkeiten *gelb-grün*, *gelb-blau*, *gelb-rot*, *grün-blau*, *grün-rot*, *blau-rot* und *rot-rot*. Die Reihenfolge ist bei den Paaren nicht entscheidend, da für die übrig bleibenden Knöpfe die Reihenfolge nicht interessant ist.

c) Wenn der Schneemann zwei rote Knöpfe trägt, so gibt es für die dritte Farbe genau drei Möglichkeiten (gelb, grün und blau). Diese dritte Farbe kann wiederum an drei verschiedenen Positionen (oben, in der Mitte und unten) befestigt werden. Somit gibt es bei zwei roten Knöpfen genau *neun* ($= 3 \cdot 3$) Möglichkeiten.

Wenn keine zwei rote Knöpfe auf dem Schneemann vorkommen, so kommt jede der Farben gelb, grün, blau und rot maximal einmal vor. Durch die Farbe welche nicht vorkommt, sind die drei restlichen vorkommenden Knöpfe (bis auf die Anordnung) eindeutig bestimmt, sodass es für die Auswahl der drei Farben genau *vier* Möglichkeiten gibt.

Zu jeder dieser vier Farbkombinationen gibt es nun noch eine bestimmte, von den Farben unabhängige, Anzahl an möglichen Reihenfolgen für die Knöpfe.

Für den ersten Knopf kann jede der drei Farben der Farbkombination gewählt werden. Um den zweiten Knopf zu belegen, bleiben dann noch, zu jeder bereits gewählten ersten Farbe, zwei Möglichkeiten für die zweite Farbe übrig. Der dritte Knopf ist dann eindeutig bestimmt. Somit gibt es für die Reihenfolge genau *sechs* ($= 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$) Möglichkeiten (siehe Aufgabenteil a)).

Da zu jeder Farbkombination eine solche Anzahl an Reihenfolgen existiert, müssen auch hier die Zahlen multipliziert werden, sodass man $4 \cdot 6 = 24$ Möglichkeiten bei weniger als zwei roten Knöpfen erhält.

Die Gesamtanzahl der Möglichkeiten ergibt sich durch Addieren der einzelnen Anzahlen und ist damit $9 + 24 = 33$.

Hinweis: Es wurden alle Möglichkeiten erfasst, indem man die Fragestellung in zwei Teilaufgaben zerlegt, von deren Voraussetzungen stets genau eine zutrifft (hier: entweder der Schneemann hat zwei rote Knöpfe oder er hat keine zwei roten Knöpfe). In den einzelnen Teilaufgaben wurde darauf geachtet, dass jede erfasste Möglichkeit existieren muss, keine Möglichkeit mehrfach gezählt wird und keine weiteren Möglichkeiten vorkommen.