

# Die LSGM - Aufgabe des Monats

## Lösung des Monats März 2022:

a) Wir schreiben die Glasinhalte in der Reihenfolge der nach ihrer Größe geordneten Gläser auf. Einen Glasinhalt von  $1,0\ell$  erreicht man, indem man das Glas mit  $0,9\ell$  vollständig füllt:  $0\ell, 0\ell, 0\ell, 1,9\ell \rightarrow 0\ell, 0\ell, 0,9\ell, 1,0\ell$ .

Füllt man das Glas mit  $0,6\ell$  und gießt dann den Inhalt in das Glas mit  $0,4\ell$ , so erreicht man  $0,2\ell$ . Gießt man den Inhalt dann in das  $0,9\ell$ -Glas und wiederholt den Vorgang, so erreicht man zweimal  $0,2\ell$  Glasinhalt:

$0\ell, 0\ell, 0\ell, 1,9\ell \rightarrow 0\ell, 0,6\ell, 0\ell, 1,3\ell \rightarrow 0,4\ell, 0,2\ell, 0\ell, 1,3\ell$   
 $\rightarrow 0,4\ell, 0\ell, 0,2\ell, 1,3\ell \rightarrow 0\ell, 0\ell, 0,2\ell, 1,7\ell \rightarrow 0\ell, 0,6\ell, 0,2\ell, 1,1\ell$   
 $\rightarrow 0,4\ell, 0,2\ell, 0,2\ell, 1,1\ell$ .

Man beobachtet, dass nach jedem Umgießen entweder ein Glas vollständig gefüllt ist oder komplett leer ist. Wären in drei Gläsern genau  $0,2\ell$ , so wären im letzten Glas  $1,3\ell$ . Damit kann kein Glas vollständig leer oder gefüllt sein.

b) Die ersten vier Glasinhalte erreicht man zum Beispiel auf folgende Weise:

$0\ell, 0\ell, 0\ell, 1,9\ell \rightarrow 0\ell, 0\ell, 0,9\ell, 1,0\ell \rightarrow 0,4\ell, 0\ell, 0,5\ell, 1,0\ell$   
 $\rightarrow 0\ell, 0\ell, 0,5\ell, 1,4\ell \rightarrow 0,4\ell, 0\ell, 0,1\ell, 1,4\ell \rightarrow 0\ell, 0\ell, 0,1\ell, 1,8\ell$   
 $\rightarrow 0\ell, 0,1\ell, 0\ell, 1,8\ell \rightarrow 0\ell, 0,1\ell, 0,9\ell, 0,9\ell \rightarrow 0,4\ell, 0,1\ell, 0,5\ell, 0,9\ell$   
 $\rightarrow 0\ell, 0,1\ell, 0,5\ell, 1,3\ell \rightarrow 0,4\ell, 0,1\ell, 0,1\ell, 1,3\ell \rightarrow 0\ell, 0,1\ell, 0,1\ell, 1,7\ell$   
 $\rightarrow 0,1\ell, 0,1\ell, 0\ell, 1,7\ell \rightarrow 0,1\ell, 0,1\ell, 0,9\ell, 0,8\ell$ .

Die anderen vier Glasinhalte erreicht man so:

$0\ell, 0\ell, 0\ell, 1,9\ell \rightarrow 0\ell, 0\ell, 0,9\ell, 1,0\ell \rightarrow 0\ell, 0,6\ell, 0,3\ell, 1,0\ell$   
 $\rightarrow 0\ell, 0\ell, 0,3\ell, 1,6\ell \rightarrow 0\ell, 0,3\ell, 0\ell, 1,6\ell \rightarrow 0\ell, 0,3\ell, 0,9\ell, 0,7\ell$   
 $\rightarrow 0,4\ell, 0,3\ell, 0,5\ell, 0,7\ell$ .

c) Füllt man das  $0,6\ell$ -Glas, so erhält man offensichtlich  $0,6\ell$ . Alle anderen Inhalte von  $0,1\ell$  bis  $1,0\ell$  konnten wir in a) oder b) herstellen. Die Inhalte von  $1,1\ell$  und  $1,2\ell$  erhält man aus der zweiten Lösung in b), indem man am Ende  $0,4\ell$  bzw.  $0,5\ell$  in das große Glas mit  $0,7\ell$  füllt. Inhalte ab  $1,3\ell$  erhält man, indem man feststellt, dass man die Inhalte von  $0,1\ell$  bis  $0,6\ell$  in einem der ersten drei Gläser herstellen konnte und dann einfach den Rest ins letzte Glas füllen kann.