

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *September 2021*: Die hier aufgeführten Begründungen werden nach Aufgabenstellung nicht erwartet - die Angabe der Lösung reicht aus.

a) Die folgenden Bündnisse sind alle gesuchten Möglichkeiten:

Union & SPD	Union & FDP	Union & Grüne	SPD & FDP
SPD & Linke	SPD & Grüne	FDP & Grüne	Linke & Grüne
Union & SPD & FDP	Union & SPD & Grüne	Union & FDP & Grüne	
SPD & FDP & Grüne	SPD & Linke & Grüne		

b) Es gibt derzeit insgesamt $245 + 152 + 87 + 80 + 69 + 67 + 9 = 709$ Sitze. Eine Mehrheit gibt es also bei über $709 : 2 = 354,5$ Sitzen, also ab 355 Sitzen. Da selbst der größten Partei, der Union, 110 Sitze fehlen, gibt es nur ein Zweierbündnis mit einer Mehrheit, nämlich Union & SPD.

Damit haben auch die Dreierbündnisse Union & SPD & FDP und Union & SPD & Grüne eine Mehrheit. Union & FDP & Grüne haben zusammen 392 Sitze, also eine Mehrheit. SPD & FDP & Grüne und SPD & Linke & Grüne haben zusammen 299 beziehungsweise 288 Sitze, also keine Mehrheit.

c) Wir überlegen uns gleich eine Sitzverteilung bei der drei Regierungskoalitionen die gleiche Sitzanzahl haben. Es ist nicht schwer zu sehen, dass man da auch nur Bündnisse wie in a) verwenden sollte, da man mit einem Bündnis mit einer Partei oder mehr als drei Parteien keine Lösung finden wird (keine Partei habe 0 Sitze).

Wir stellen nun fest, dass es keine zwei Zweierbündnisse unter den drei Regierungskoalitionen geben darf. Hätten diese nämlich keine Überschneidung, so hätten die vier Parteien zusammen mehr Sitze als der Bundestag. Gibt es eine Überschneidung von einer Partei, so hätten die beiden Partner die gleiche Anzahl an Sitzen, im Widerspruch zur Voraussetzung.

Desweiteren stellen wir fest, dass von den ersten vier in a) aufgeführten Dreierbündnissen, nicht zwei Bündnisse auftauchen dürfen, da sich diese sonst in zwei Parteien überschneiden und dann die beiden ergänzenden Bündnispartner die gleiche Sitzanzahl hätten. Entsprechend muss das Dreierbündnis SPD & Linke & Grüne auftauchen und die Bündnisse Union & SPD & Grüne und SPD & FDP & Grüne sind nicht möglich, da sie sich nur in einer Partei davon unterscheiden und man sonst wieder zwei Parteien mit gleicher Sitzanzahl hätte.

Wir wollen annehmen, dass die auftauchenden Dreierbündnisse Union & FDP & Grüne und SPD & Linke & Grüne sind (der andere Fall ist ähnlich). An Zweierbündnissen sind nur Union & SPD und SPD & FDP möglich, da die anderen Zweierbündnisse in einem Dreierbündnis enthalten sind. Wir wollen hier den ersten Fall annehmen (der andere Fall ist ähnlich). Man erkennt nun, dass man die Sitze so verteilen muss, dass die Union so viele Sitze wie Linke & Grüne zusammen hat und die SPD so viele wie FDP & Grüne zusammen. Nun findet man leicht (zum Beispiel) folgende Sitzverteilung, welche die Bedingungen erfüllt:

Union 177, SPD 205, Grüne 127, FDP 78, AfD 72, Linke 50