

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Dezember 2016*:

a) Jede der Kerzen kann maximal $12 \cdot 0,5 = 24$ Stunden brennen. In der ersten Woche sind 9, in der zweiten und dritten Woche 6 und in der vierten 12 Stunden Brenndauer zu erwarten. Würde die erste Kerze also in allen Wochen brennen, so müsste sie $9 + 6 + 6 + 12 = 33$ Stunden lang durchhalten, das kann sie aber nicht. Zündet Jordana aber eine Kerze in der ersten und vierten Woche ($9 + 12 = 21$ Stunden), zwei in der zweiten, dritten und vierten Woche ($6 + 6 + 12 = 24$ Stunden) und eine in der dritten und vierten Woche ($6 + 12 = 18$ Stunden) an, so kommt sie mit den vier Kerzen aus.

b) Es gibt 4 Möglichkeiten, die erste Kerze auszusuchen, $\frac{4 \cdot 3}{2}$ Möglichkeiten die zwei Kerzen der zweiten Woche anzuzünden, dann wieder 4 Möglichkeiten in der dritten Woche und nur eine in der letzten. Insgesamt ergeben sich $4 \cdot 6 \cdot 4 = 96$ Anzündemöglichkeiten.

Erfüllt man Jordanas Wunsch, so bleiben für die erste Woche erneut vier Möglichkeiten, für die zweite aber nur drei und für die dritte nur 2 Möglichkeiten. Insgesamt ergeben sich $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ Möglichkeiten.

Zündet man eine der Kerzen in der ersten, zweiten und vierten Woche an, so muss sie 27 Stunden brennen. Da man zum Beispiel eine zweite Kerze in der zweiten, dritten und vierten Woche und eine weitere in der dritten und vierten Woche sowie die letzte Kerze nur in der vierten Woche anzünden könnte, wäre dies, wenn die erste Kerze nicht ausbrennen würde, eine Möglichkeit die Kerzen passend anzuzünden.

c) Die Kerzen müssen nun insgesamt $9 + 12 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 12 \cdot 4 = 99$ Stunden brennen, alle vier gemeinsam können aber nur $4 \cdot 24 = 96$ Stunden brennen. Es werden also Zusatzkerzen benötigt. Hat man sich an den Plan aus a) gehalten, so werden für die beiden Kerzen, die in der zweiten und dritten Woche brennen Ersatzkerzen benötigt. Hätte man von Anfang an anders geplant, so hätte man eine Kerze in allen Wochen anzünden können (39 Stunden), eine Kerze in der zweiten und vierten Woche (24 Stunden) und zwei Kerzen in der dritten und vierten Woche (18 Stunden) anzünden können. Dann wäre nur eine Ersatzkerze nötig gewesen. Da mindestens eine notwendig ist, ist dies der minimale Wert.