

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *September 2016*:

a) Es ergibt sich die Tabelle:

+	Rest 0	Rest 1	Rest 2	Rest 3
Rest 0	Rest 0	Rest 1	Rest 2	Rest 3
Rest 1	Rest 1	Rest 2	Rest 3	Rest 0
Rest 2	Rest 2	Rest 3	Rest 0	Rest 1
Rest 3	Rest 3	Rest 0	Rest 1	Rest 2

b) Es ergibt sich für die Reste von Quadrat- und Primzahlen:

Quadratzahl	1	4	9	16	25	36		
Rest	1	0	1	0	1	0		
Primzahl	2	3	5	7	11	13	17	19
Rest	2	3	1	3	3	1	1	3

Die einzigen Möglichkeiten eine durch vier teilbare Zahl als Summe einer Quadrat- und einer Primzahl zu schreiben ist nach der Tabelle aus a) eine Primzahl mit Rest 3 und eine Quadratzahl mit Rest 1 zu addieren. Alle Möglichkeiten sind:

$$1 + 3 = 4, 1 + 7 = 8, 1 + 11 = 9 + 3 = 12, 1 + 19 = 9 + 11 = 20, 9 + 7 = 16, 9 + 19 = 25 + 3 = 28, 25 + 7 = 32, 25 + 11 = 36, 25 + 19 = 44$$

Die einzigen dieser Zahlen, die auf zwei verschiedene Arten als Summe geschrieben werden können, sind 12, 20 und 28. Dies sind die Möglichkeiten für Fridas Alter.

c) Wäre Frida 12 oder 20 Jahre alt, so wäre in beiden Fällen die Quersumme größer als Querprodukt ($1 + 2 = 3 > 2 = 1 \cdot 2$ und $2 + 0 = 2 > 0 = 2 \cdot 0$). Laura wüsste also auch mit der Information, dass die Quersumme größer ist, nicht eindeutig, wie alt Frida ist. Also muss die Quersumme kleiner sein, was für 28 auch gilt ($2 + 8 = 10 < 16 = 2 \cdot 8$). Frida ist also 28 Jahre alt.