

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats April 2015:

a) Da Fritz und Erik zusammen so viele Eier tragen wie Sophie und Max zusammen und da Fritz weniger Eier trägt als Sophie und Max jeweils tragen, muss Erik mehr Eier als Sophie und Max tragen um auf die gleiche Summe zu kommen. Eva trägt mehr Eier als Sophie, aber nicht am meisten Eier und kann somit nicht am meisten oder am wenigsten Eier tragen. Man erhält durch Ausschlussprinzip, dass Erik am meisten Eier trägt und Fritz am wenigsten Eier.

Da Eva und Sophie verschiedene Anzahlen an Eiern tragen und Erik und Fritz nicht gleich viele Eier wie ein anderes Häschen tragen können, muss Max gleich viele Eier wie Eva oder Sophie tragen.

b) Die maximale Anzahl an Eiern ist $5 \cdot 12 = 60$, sodass wir nur die Quadratzahlen bis $7^2 = 49$ betrachten müssen, da $8^2 + 2 > 60$. Es gibt für die Quadratzahlen die Möglichkeiten 1, 4, 9, 16, 25, 36 und 49. Die geraden Zahlen entfallen sofort, da man nach der Addition von 4 eine gerade Zahl erhält, welche nicht 2 ist und damit keine Primzahl ist. Für die Gesamtzahl der Eier bleiben die Möglichkeiten 3, 11, 27 und 51. Die ersten drei Zahlen haben jeweils nur einen Primteiler. Die 51 ist durch 3 und 17 teilbar.

c) Angenommen eine Primzahl ist kleiner als 11. Dann ist diese Primzahl 7 oder kleiner. Die Quadratzahl ist höchstens 9. Dann müssen die anderen drei Zahlen 11, 12 und 12 sein, um auf 51 zu kommen. Dies ist nicht möglich, da Erik allein am meisten Eier trägt.

Also sind die beiden Primzahlen jeweils die 11. Die Quadratzahl kann nicht die 1 oder 4 sein, da man sonst nicht auf 51 kommt. Also ist die Quadratzahl 9. Die größte Zahl muss 12 sein, da die größte Zahl einzeln vorkommt und die 11 zweimal auftritt. Es verbleibt noch die Zahl 8, um auf 51 zu kommen. Also trägt Erik 12 Eier, da er am meisten Eier trägt. Max trägt 11 Eier, da 11 die einzige Zahl ist die doppelt auftaucht. Fritz trägt 8 Eier, da dies die kleinste Anzahl ist. Eva trägt 11 Eier, da sie mehr Eier als Sophie trägt. Damit trägt Sophie 8 Eier.