

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats Juni 2013:

a) Unter den Zahlen von $2 = 1 + 1$ bis $12 = 6 + 6$ gibt es die Primzahlen 2, 3, 5, 7 und 11, welche sich auf folgende Art und Weise als Summe zweier Zahlen von 1 bis 6 darstellen lassen: $2 = 1 + 1$, $3 = 2 + 1 = 1 + 2$, $5 = 4 + 1 = 1 + 4 = 3 + 2 = 2 + 3$, $7 = 6 + 1 = 1 + 6 = 5 + 2 = 2 + 5 = 4 + 3 = 3 + 4$ und $11 = 6 + 5 = 5 + 6$. Dies sind insgesamt 15 Möglichkeiten für Daniela. Bei den anderen 21 Möglichkeiten gewinnt Philipp. Somit wird Philipp nach längerer Zeit häufiger gewinnen.

Als ungerade Summen tauchen die Zahlen 3, 5, 7 und 11 wie oben auf und zusätzlich noch die Zahl 9 mit den Summendarstellungen $9 = 5 + 4 = 4 + 5 = 6 + 3 = 3 + 6$. Dies ergibt insgesamt 18 Möglichkeiten. Die Anzahlen der Möglichkeiten von Daniela und Philipp sind demnach gleich und sie werden etwa gleich häufig gewinnen.

b) Im zweiten Spiel nehmen Daniela und Philipp stets eine ungerade Anzahl von Steinen weg. Da sie mit einer geraden Anzahl von Steinen starten, ist nach Philipps Zug die Anzahl der Steine stets ungerade und nach Danielas Zug gerade. Also kann nur Daniela auf die Steinchenzahl 0 ziehen und den letzten Stein entfernen. Da es immer weniger Steine werden und solange noch ein oder mehrere Steine übrig ist auch ein Zug ausgeführt werden kann, muss diese Situation auch eintreten.

Im dritten Spiel nimmt Daniela stets so viele Steine weg, dass die die Anzahl der Steine von Philipps Zug zu 10 ergänzt. Dies ist immer möglich, da alle Anzahlen von 1 bis 9 erlaubt sind und zu jeder dieser Ziffern eine Ziffer mit Summe 10 existiert. Nach ihrem zehnten Zug gewinnt dann Daniela.

c) Daniela kann folgende Strategie anwenden. Nimmt Philipp von einem Stapel eine gewisse Anzahl an Steinen von einem Stapel, so nimmt Daniela die gleiche Anzahl vom anderen Stapel weg. Dadurch ist die Anzahl der Steine auf den Stapeln nach Danielas Zug immer gleich. Wenn nun Philipp in einem Zug den letzten Stein eines Stapels entfernt, so kann Daniela den letzten Stein des anderen Stapels entfernen. Philipp kann zum Beispiel folgendermaßen spielen. Wenn beide Stapel 10 oder mehr Steine besitzen, so nimmt er von einem Stapel eine gewisse Anzahl von Steinen weg, sodass die Anzahl der Steine auf den Stapeln jeweils nicht auf 0 enden. Dies ist immer möglich, da Daniela zwischen Philipps Zügen immer nur einen Stapel verändern kann und am Anfang beide Stapel auf 9 enden. Befinden sich auf einem Stapel zwischen 1 und 9 Steinen, so nimmt er alle Steine vom Stapel. Führt Philipp die Züge wie beschrieben aus, so gibt es die Möglichkeit, dass Philipp einen Stapel gewinnt oder Daniela als Erste einen Stapel leert. Im zweiten Fall befinden sich nach Philipps Spielweise auf dem anderen Stapel eine Anzahl von Steinen, die nicht auf 0 endet. Nun kann er wie Daniela im dritten Spiel so ziehen, dass nach seinem Zug die Anzahl der Steine des verbleibenden Stapels stets auf 0 endet und er schließlich das Unentschieden erreicht.