Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats Dezember 2012:

a) An den Adventssonntagen brennen 1, 2, 3 bzw. 4 Kerzen jeweils eine Stunde lang. Insgesamt brennen die Kerzen also 1+2+3+4=10 Stunden. Wenn jede Kerze die gleiche Zeit brennen würde, so müsste sie $\frac{10}{4}=2,5$ Stunden brennen. Dies ist nicht möglich, da jede Kerze an jedem Sonntag entweder eine ganze Stunde brennt oder nicht brennt und demnach insgesamt eine ganzzahlige Anzahl an Stunden brennen muss.

Bei fünf Kerzen gibt es folgende Möglichkeit, wenn man die Kerzen mit 1 bis 5 nummeriert und folgende Kerzen brennen:

1.Advent: 1, 2.Advent: 2 und 3, 3.Advent: 1, 4 und 5, 4.Advent: 2, 3, 4 und 5 Es brennen alle Kerzen genau zwei Stunden lang.

b) Es folgt eine Tabelle mit der Berechnung der Kugelanzahlen, wobei vorher berechnete Kugelanzahlen genutzt werden. In der letzten Spalte steht die Differenz zur Vermutung.

	Kugeln	4-fache		Kugeln	Differenz
2 Ebenen	1 + 2 = 3	12	4 Ebenen	1+2+3+4=10	-2
3 Ebenen	3 + 3 = 6	24	6 Ebenen	10+5+6=21	-3
4 Ebenen	6+4=10	40	8 Ebenen	21 + 7 + 8 = 36	-4
5 Ebenen	10 + 5 = 15	60	10 Ebenen	36+9+10=55	-5
6 Ebenen	15+6=21	84	12 Ebenen	55+11+12=78	-6

c) Es ergibt sich folgende Vermutung: Um die Kugelanzahl mit doppelt so vielen Ebenen zu berechnen, muss man die ursprüngliche Kugelanzahl mit 4 multiplizieren und die ursprüngliche Ebenenanzahl davon abziehen.

Die Kugelanzahl von 10 Ebenen ist nach Aufgabenteil b) 55. Mit Hilfe der Vermutung ergibt sich für 20 Ebenen eine Kugelanzahl von $4\cdot 55-10=210$. Entsprechend folgt für 40 Ebenen eine Kugelanzahl von $4\cdot 210-20=820$ und für 80 Ebenen die gesuchte Kugelanzahl von $4\cdot 820-40=3240$.