

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats November 2012:

a) Steffen erreicht den Hauptbahnhof mit seinen Eltern um 08 : 05 Uhr, 08 : 15 Uhr, 08 : 25 Uhr, 08 : 35 Uhr, 08 : 45 Uhr oder 08 : 55 Uhr. Demnach bleibt bis zur Abfahrt des Zuges eine Zeit von 4 min, 45 min, 35 min, 25 min, 15 min, 10 min bzw. 5 min. Die durchschnittliche Wartezeit ist nun $\frac{4\text{ min}+45\text{ min}+35\text{ min}+25\text{ min}+15\text{ min}+10\text{ min}+5\text{ min}}{6}$ und dies ist $\frac{129\text{ min}}{6} = 21,5\text{ min} = 21\text{ min } 30\text{ s}$.

Der ICE müsste um 08 : 29 Uhr abfahren, damit der Durchschnitt möglichst klein wird. (Dann fahren die Züge etwa gleichmäßig verteilt ab und man kann nachrechnen, dass man dann durchschnittlich am Wenigsten wartet.)

b) Wenn die RE-Züge gleichzeitig in Leipzig oder Dresden abfahren, so begegnen sie sich. Da die Züge von 06 : 00 Uhr bis 21 : 00 Uhr abfahren, gibt es $21 - 6 + 1 = 16$ solche Treffen.

Bei Begegnungen bei denen ein Zug eher abfährt, ergibt sich, dass der andere RE höchstens eine Stunde später den anderen Bahnhof verlässt, da der RE zwei Stunden später die Strecke bereits zurückgelegt hat. Damit es einen RE später vom anderen Bahnhof aus gibt, muss der RE von 06 : 00 Uhr bis 20 : 00 Uhr von einem der zwei Bahnhöfe abfahren. Dies ergibt $2 \cdot (20 - 6 + 1) = 30$ Begegnungen.

Insgesamt erhält man $16 + 30 = 46$ Begegnungen.

Der ICE von Leipzig der um 12 : 09 Uhr abfährt trifft in folgender Reihenfolge auf andere Züge:

(ICE aus Dresden von 11 : 09 Uhr,) RE aus Dresden von 11 : 00 Uhr, RE aus Leipzig von 12 : 00 Uhr, ICE aus Dresden von 12 : 09 Uhr, RE aus Dresden von 12 : 00 Uhr, RE aus Dresden von 13 : 00 Uhr (, ICE aus Dresden von 13 : 09 Uhr)

c) Der RE der 12 Uhr Leipzig verlässt, trifft zuerst auf den RE, der 11 Uhr Dresden verlassen hat, da dies der RE aus Dresden ist, der noch auf der Strecke ist und am meisten Weg zurückgelegt hat. Da sie mit gleicher Geschwindigkeit fahren und bei der Begegnung zusammen die Strecke geschafft haben, treffen sie sich, wenn die Summe der Fahrzeiten 1 h 30 min beträgt. Dies ist um 12 : 15 Uhr der Fall, da die Summe der Fahrzeiten dann $1\text{ h } 15\text{ min} + 15\text{ min} = 1\text{ h } 30\text{ min}$ ist. Dabei hat der RE aus Leipzig dann gerade $\frac{1}{6}$ der Strecke geschafft, da $15\text{ min} \cdot 6 = 1\text{ h } 30\text{ min}$. Der ICE benötigt für $\frac{1}{6}$ der Strecke $\frac{1}{6} \cdot 1\text{ h} = 10\text{ min}$. Demnach muss er 10 min vor der Begegnung, also um 12 : 05 Uhr abfahren um rechtzeitig bei der Begegnung zu sein.