

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Oktober 2010*:

a) Man berechnet die Anzahl der Blätter des jeweils folgenden Tages indem man zu der Anzahl der Blätter vier addiert.

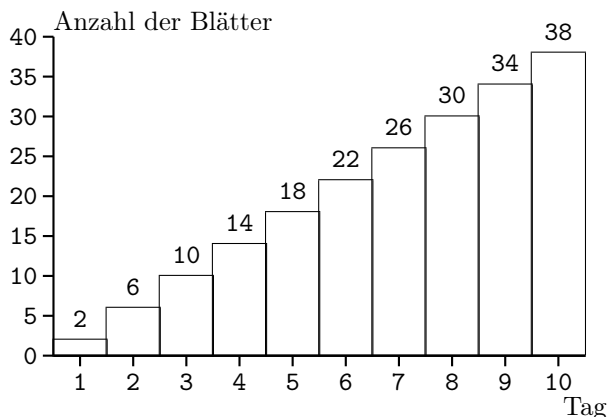
Tag	Anzahl der fallenden Blätter
erster Tag	2 Blätter
zweiter Tag	6 Blätter
dritter Tag	$6+4=10$ Blätter
vierter Tag	$10+4=14$ Blätter
fünfter Tag	$14+4=18$ Blätter
sechster Tag	$18+4=22$ Blätter
siebter Tag	$22+4=26$ Blätter
achter Tag	$26+4=30$ Blätter
neunter Tag	$30+4=34$ Blätter
zehnter Tag	$34+4=38$ Blätter

Um die explizite Form zu erhalten, sucht man sich zunächst eine Folge von Zahlen deren Differenz wie in der Aufgabenstellung immer 4 ist. Die einfachste Folge dieser Art ist die Multiplikation des Tages mit 4 (in Formeln $4 \cdot n$ Blätter am n -ten Tag). Nun stimmt jedoch die Anzahl der Blätter am ersten Tag nicht, denn $4 \cdot 1 = 4$ und nicht 2. Deswegen zieht man von allen Zahlen noch zwei ab. Die Differenz der Zahlen ändert sich dabei nicht.

Dadurch erhält man die Zahlenfolge mit expliziter Form $(4 \cdot n - 2)$, welche mit 2 beginnt und bei dem die Differenz aufeinanderfolgender Zahlen stets 4 ist. Dies ist die gesuchte Zahlenfolge.

An dem 30-ten Tag fallen demnach $4 \cdot 30 - 2 = 118$ Blätter.

b)



Die Fläche des Balkendiagramms entspricht der Gesamtzahl der gefallenen Blätter an den ersten zehn Tagen.

c) In der folgenden Tabelle werden die Anzahlen aus Aufgabenteil a) addiert.

Tag	Anzahl der insgesamt gefallenen Blätter
dritter Tag	$2+6+10=18$ Blätter
fünfter Tag	$18+14+18=50$ Blätter
achter Tag	$50+22+26+30=128$ Blätter
zehnter Tag	$128+34+38=200$ Blätter

Man erkennt in der Tabelle, dass die Anzahl der gefallenen Blätter jeweils das Doppelte vom Quadrat des jeweiligen Tags ist, denn $2 \cdot 3^2 = 18$, $2 \cdot 5^2 = 50$, $2 \cdot 8^2 = 128$ und $2 \cdot 10^2 = 200$. Die Gesamtanzahl errechnet man demnach explizit indem man den Tag quadriert und mit zwei multipliziert.

In Formeln: nach dem n -ten Tag sind insgesamt $2 \cdot n^2$ Blätter gefallen.

Die Anzahl der gefallenen Blätter nach dem 30-ten Tag ist $2 \cdot 30^2 = 1800$.